

## Popis modelu pro odhady PH mléčné užitkovosti

### Zvířata zařazená do hodnocení

V modelu plemene H jsou hodnoceny krávy s podílem krve H nebo R 75% a výše.

Krávy s podílem krve masného plemene nebo plemene J nad 13% nejsou použity v žádném modelu.

Pokud je registrován původ příslušné krávy, je kontrolováno, zda otec zvířete odpovídá svým plemenem vyhodnocované populaci a plemenu dcery. V modelu pro plemeno H musí mít otec alespoň 85 procent krve H. Nespĺňuje-li otec krávy uvedené podmínky, není kráva hodnocena. Navíc je ověřováno datum narození zvířete, ovšem jen v případech, kdy je registrováno datum narození otce i prověřované krávy. Pokud není datum narození dcery vyšší alespoň o 19 měsíců než datum narození otce, je sice kráva hodnocena, ale pouze jako zvíře bez původu ze strany otce. Potomstvo býků působících výlučně v přirozené plemenitbě není do hodnocení zařazeno. Jako nepoužité dcery pro plemennou příslušnost jsou vykazovány v modelu pro plemeno H prvotelky s podílem krve H 50 až 74 procent. Krávy na první laktaci s méně než 3 kontrolami jsou vykazovány jako dosud nepoužité dcery po otelení. Laktace krávy není použita pro nedostatek vrstevnic, jestliže uvnitř stáda a kontrolního dne nejsou alespoň 3 laktace na stejném pořadí laktace.

### Laktace a kontrolní dny použité pro hodnocení

K vyhodnocování jsou používány jen laktace s otelením 1.1.1995 a později.

Pro hodnocení se používají pouze první 3 laktace, používají se i laktace ukončené změnou 10, 41, 42 a 43. Laktace je prvně použita pro hodnocení, jsou-li známé alespoň 3 kontrolní dny.

Kontrolní dojení jsou použita jen tehdy, pokud je kromě nádoje registrován i obsah složek (tuk i bílkovina). Pokud obsah některé složky je nižší než 2,0 procenta nebo vyšší než 7,0 procent, není dojení hodnoceno. Hodnocena nejsou rovněž dojení, kde byly složky v rámci KU dopočítávány z předchozí a následné kontroly.

Laktace krávy je vyřazena pro věk, jestliže nespĺňuje následující požadavky ve dnech věku při otelení. Věk při 2. otelení se testuje pouze v případě, že chybí 1. laktace, věk při 3. otelení se testuje pouze v případě, že chybí 1. a 2. laktace. Vyřazené laktace se evidují jako nepoužité laktace.

	Plemeno H
1. laktace	600 - 1100
2. laktace	800 - 1650
3. laktace	1100 - 2200

Mezidobí může být neznámé (nulové), avšak minimálně 210 dnů.

Servis perioda nulová nebo alespoň 17 dnů.

## Použitý model

ST-ML-RR-TD-BLUP-AM

(Single Trait - Multi Lactation - Random Regression - Test Day - BLUP - Animal Model)

ST	jeden znak (kg mléka, kg tuku i kg bílkovin jsou hodnoceny odděleně bez vzájemných vazeb)
ML	více laktací (používáme 1-3. laktaci)
RR	model s náhodnou regresí
TD	Test Day (vychází se z jednotlivých kontrolních dnů, nikoliv z výsledků za celé laktace)
BLUP	nejlepší lineární nestranný odhad
AM	model zvířat, hodnotí se jednotlivá zvířata a zvířata v jejich původech, nikoliv jen otcové zvířat.

## Modelová rovnice

k	k-tá kráva se známou užitkovostí
j	j-tá laktace (v rozmezí 1-3)
s	s-tý kontrolní den
t	t-tý den laktace (v rozpětí 6-305)
i	i-té stádo-datum kontroly
z	z-té zvíře
r	r-tá skupina regrese
m	m-tý regresní člen.

Potom můžeme modelovou rovnici zapsat ve tvaru

$$y_{krjits} = HTD_{ij} + \sum_{m=1}^4 \beta_{rjm} v_{tm} + \sum_{m=1}^4 a_{zjm} v_{tm} + \sum_{m=1}^4 p_{kjm} v_{tm} + e_{krjits}, \text{ kde}$$

$y_{krjits}$	s-tý kontrolní nádoj krávy k náležející do regresní skupiny r na pořadí laktace j ve stádě-datumu kontroly i v den laktace t
$HTD_{ij}$	pevný efekt stáda-datumu kontroly i na laktaci j
$\beta_{rjm}$	m-tý koeficient pevné regrese pro laktaci j
$a_{zjm}$	m-tý koeficient náhodné regrese příslušné k efektu zvířete z na laktaci j
$p_{kjm}$	m-tý koeficient náhodné regrese příslušné k efektu trvalého prostředí krávy k na laktaci j
$v_{tm}$	m-tý regresor odvozený od laktačního dne t (stejný pro pevnou i náhodnou regresi)
$e_{krjits}$	residuální efekt odpovídající s-tému kontrolnímu nádoji krávy k náležející do regresní skupiny r na pořadí laktace j ve stádě-datumu kontroly i v den laktace t

Z popisu modelové rovnice vyplývá, že úkolem při řešení tohoto modelu je odhadnout vektory  $\beta_{rjm}$ ,  $a_{zjm}$ ,  $p_{kjm}$ .

$\beta_{jm}$	vektor 12-ti pevných regresních koeficientů pro regresní skupinu r, 4 pro každou laktaci x 3 laktace (m=1 až 4, j=1 až 3)
$p_{jm}$	vektor 12-ti náhodných regresních koeficientů (4 pro každou laktaci x 3 laktace) pro krávu k spojených s variančně-kovarianční maticí trvalého prostředí jedince ( $P_0$ ).

Týká se pouze krav s užitkovostí. Pro všechny krávy s užitkovostí je variančně kovarianční matice  $\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}_0$ .

$a_{jm}$  vektor 12-ti náhodných regresních koeficientů pro každé zvíře z, včetně zvířat z rodokmenu, spojených s aditivně-genetickou variančně-kovarianční maticí  $\mathbf{G}_0$ . Pro všechna zvířata je aditivně-genetickou variančně-kovarianční maticí  $\mathbf{A} \otimes \mathbf{G}_0$ , kde  $\mathbf{A}$  je matice příbuznosti.

Všechny tři regrese  $\beta_{jm}$ ,  $a_{jm}$ ,  $p_{jm}$  používají shodnou regresi Legendrův polynom 4. stupně, a tedy i stejné regresory. Pro výpočet regresorů je nutné si pro každý kontrolní den laktace spočítat standardizovaný den ve tvaru:

$$x = (2(t - \min) / (\max - \min)) - 1,$$

tedy v našem případě

$$x = (2(t - 5) / 300) - 1,$$

kde  $t$  je  $t$ -tý laktační den.

Vlastní regresory pro konkrétní  $t$ -tý den laktace jsou pak:

$$V_0 = 1$$

$$V_1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{1,5} \cdot x$$

$$V_2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2,5} \cdot (1,5 \cdot x^2 - 0,5)$$

$$V_3 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3,5} \cdot (2,5 \cdot x^3 - 1,5 \cdot x).$$

Výsledná soustava rovnic uvedeného lineárního modelu, MME, je v maticovém zápisu

$$\mathbf{y} = \mathbf{Hc} + \mathbf{Xb} + \mathbf{Wp} + \mathbf{Za} + \mathbf{e}, \text{ kde}$$

$y$  vektor užitkovostí  
 $c$  skupiny vrstevnic – HTD  
 $b$  pevná regrese  
 $p$  náhodná regrese na permanentní efekt prostředí (jen pro krávy s užitkovostí)  
 $a$  náhodná regrese pro efekt zvířete (všechna zvířata)  
 $e$  residuum  
 $H$  matice spojující HTD s užitkovostí  
 $X, W, Z$  matice spojující počet dnů laktace s užitkovostí krávy.

Model je sestaven a odvozen za předpokladů dále uvedených průměrů a variancí

$$E \begin{pmatrix} y \\ p \\ a \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Hc + Xb \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Var} \begin{pmatrix} p \\ a \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \otimes P & 0 & 0 \\ 0 & A \otimes G & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix},$$

kde  $R$  je matice reziduálních variancí,  $P$  matice prostředím podmíněných variancí a  $G$  je matice geneticky podmíněných variancí. Jak vyplývá z předchozího, jsou matice  $P$  a  $G$  pro jednotlivé zvíře typu (12,12), pro celou soustavu rovnic pro  $N$  zvířat pak typu (12N, 12N). V našem modelu předpokládáme heterogenní residuální varianci, tedy rozdílnou ve čtyřech úsecích laktace, a to pro 6 až 45 dnů laktace, pro 46 až 115 dnů, 116 až 265 dnů a pro 266 až

305 dnů laktace. Vlastní matice R má však nenulové prvky jen na diagonále, předpokládá se nulová prostředím podmíněná korelace mezi laktacemi.

### Matice příbuznosti

Matice A je pak maticí příbuznosti mezi všemi N zvířaty. Celý soubor zvířat je vymezen následujícím postupem. Nejdříve jsou vybrány všechny krávy se známou užitkovostí na první až třetí laktaci, postačují i jen 3 denní kontroly na některé z těchto laktací. K těmto zvířatům jsou pak přiřazena všechna zvířata i bez užitkovostí, která jsou v rodokmenech dříve vybraných zvířat, rodokmeny jsou sestavovány na 4 generace. Pro zvířata v poslední známé generaci původu jsou místo otce a matky uváděny jejich genetické skupiny definované na základě plemenné příslušnosti, ročníku narození a země původu zvířat.

U zvířat zařazovaných do výpočtu jen z hlediska původu, nesplňujících dříve popsaná kritéria pro zařazení do výpočtu (zejména plemenná příslušnost) není jejich užitkovost při hodnocení použita ani tehdy, kdy je známa.

### Tvar soustavy lineárních rovnic

$$\begin{bmatrix} H'R^{-1}H & H'R^{-1}X & H'R^{-1}W & H'R^{-1}Z \\ X'R^{-1}H & X'R^{-1}X & X'R^{-1}W & X'R^{-1}Z \\ W'R^{-1}H & W'R^{-1}X & W'R^{-1}W + P^{-1} & W'R^{-1}Z \\ Z'R^{-1}H & Z'R^{-1}X & Z'R^{-1}W & Z'R^{-1}Z + G^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c \\ b \\ p \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'R^{-1}y \\ X'R^{-1}y \\ W'R^{-1}y \\ Z'R^{-1}y \end{bmatrix}$$

### Skupiny pro pevnou regresi

Skupiny pro pevnou regresi jsou u prvních laktací definovány podle věku při otelení, servis periody, sezóny a roku otelení. Pro druhé a třetí laktace jsou skupiny pro pevnou regresi definovány shodně jako pro první laktace jen místo věku při otelení se uvažuje délka předcházejícího mezidobí a to shodně pro obě plemena.

- Věk při otelení (dny) / Mezidobí

Skupina	Věk při otelení (L1)	Mezidobí (L2, L3)
	Plemeno H	Plemeno H
1	600 - 630	neznámé
2	631 - 660	210 - 300
3	661 - 690	301 - 330
4	691 - 720	331 - 360
5	721 - 750	361 - 390
6	751 - 780	391 - 420
7	781 - 810	421 - 450
8	811 - 840	451 - 480
9	841 - 870	481 - 510
10	871 - 900	511 - 540
11	901 - 930	541 - 570
12	931 - 960	571 - 600
13	961 - 990	> 600
14	991 - 1020	
15	1020 - 1100	

Ostatní vlivy jsou ošetřeny pro obě plemena shodně.

• Servis perioda

Skupina	Plemeno H
1	28 - 59
2	60 - 89
3	90 - 119
4	120 +
5	neznámá

• Sezóna

Skupina	Plemeno H
1	únor - duben
2	květen - červenec
3	srpen - říjen
4	listopad - leden

Rok otelení tvoří vždy samostatnou skupinu, např. pro roky 1996 až 2005 je to 10 možností, takže máme u prvních laktací celkem  $15 * 5 * 4 * 10 = 3000$  skupin pro pevnou regresi. Pro druhé i pro třetí laktace máme pro uvedené ročníky  $13 * 5 * 4 * 10 = 2600$ .

### Výsledná plemenná hodnota zvířete

Pro každé zvíře (býka i krávu, ať s užitkovostí či nikoliv) jsou vypočteny pro každou laktaci (první tři laktace) 4 hodnoty a, pro 3 laktace celkem 12 hodnot  $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ .

Plemenná hodnota PH1 pro 1.laktaci, PH2 pro 2.laktaci a PH3 pro 3.laktaci se vypočte takto

$$PH1 = \sum_{t=6}^{305} \{a_1.V_0(t) + a_2.V_1(t) + a_3.V_2(t) + a_4.V_3(t)\}$$

$$PH2 = \sum_{t=6}^{305} \{a_5.V_0(t) + a_6.V_1(t) + a_7.V_2(t) + a_8.V_3(t)\}$$

$$PH3 = \sum_{t=6}^{305} \{a_9.V_0(t) + a_{10}.V_1(t) + a_{11}.V_2(t) + a_{12}.V_3(t)\} .$$

Výsledná PH pro krávy i býky je stanovena jako průměr ze všech tří laktací, tedy:

$$PH = (PH1 + PH2 + PH3) / 3.$$

Plemenná hodnota pro složky, tedy pro obsah (procento) tuku a obsah bílkovin je vypočítávána podle následujícího vztahu:

$$PH_{\%tuku} = (100 * PH_{kg\ tuku} - X_{proc} * PH_{kg\ mléka}) / (PH_{kg\ mléka} + X_{mlk}),$$

$X_{proc}$       průměrné % hodnocené složky v populaci

$X_{mlk}$       průměrná užitkovost v kg mléka v populaci.

Obdobně se stanoví plemenná hodnota pro obsah bílkovin v mléce. Tyto PH pro složky jsou stanoveny nejdříve pro každou laktaci samostatně z PH zjištěných pro jednotlivé laktace. Z toho vyplývá, že použité laktační průměry jsou průměrné užitkovosti daného plemene na daném pořadí laktace.

- Užítkovosti používané při stanovení PH složek

	průměr
Mléko kg	9582
Tuk kg	358
Bílk. kg	314
Tuk %	3,753
Bílk. %	3,317

### Bázování a standardizace

Po stanovení PH za jednotlivé laktace a celkové PH pro užítkovosti v kg i v procentech se provede bázování a standardizace.

Báze je nastavena na rok 2010. Pro bázování PH krav i býků se používá báze krav. Standardizuje se na zvolené směrodatné odchylky shodné pro krávy i býky. Standardizace PH krav se provádí na rok 2010, standardizace PH býků na soubor všech býků.

- Zvolené směrodatné odchylky

	Plem. H
Mléko kg	600
Tuk kg	17
Bílk. kg	14
Tuk %	0,20
Bílk. %	0,10

### Relativní plemenná hodnota

Relativní plemenné hodnoty se počítají z původních nestandardizovaných PH. Výpočet je zároveň standardizací na průměr 100 a směrodatnou odchylku 12. Počítají se RPH pro kg mléka, kg bílkovin a procento bílkovin. Také se počítá RPH pro kg tuku, protože vstupuje do výpočtu selekčního indexu SIH, její hodnoty se však nepublikují v obvyklých sestavách. RPH pro krávy se standardizuje na ročník narození 2010, RPH pro býky se standardizuje na ročník narození 2010.

$$RPH = [(PH - x) / s * 12] + 100,$$

**Stanovení přesnosti odhadu plemenné hodnoty býka.**

Odhad přesnosti stanovené plemenné hodnoty býka je prováděn způsobem, který byl používán i u laktačního modelu.

Stanoví se efektivní počet SW1 pro první laktace a to jako průměrný efektivní počet ze všech kontrolních dnů, kde byly kontrolovány dcery hodnoceného býka.

Spolehlivost odhadu se počítá podle níže uvedeného vzorce. Konstanta k má např. pro kg mléka výši 9,5.

$$SW = (n_1 * n_2) / (n_1 + n_2)$$

$$R = SW1 / (SW1 + k)$$

$$k = (4 - h^2) / h^2$$

- n<sub>1</sub> počet dcer v rámci HTD  
 n<sub>2</sub> počet vrstevnic v rámci HTD  
 k poměr reziduální variance a geneticky podmíněné variance ( $\sigma^2_e / \sigma^2_g$ )  
 R spolehlivost odhadu

**Použité genetické parametry**

	laktace	Plemeno H	
		h <sup>2</sup>	genetická variance
Mléko	1	0,33	304 423
	2	0,30	432 500
	3	0,29	478 218
	celkově	0,39	367 291
Tuk	1	0,27	389
	2	0,30	718
	3	0,29	817
	celkově	0,38	574
Bílk.	1	0,29	257
	2	0,28	409
	3	0,30	510
	celkově	0,37	350

**Pro konečnou PH je použita metoda blending zahrnující genomické a zahraniční informace – viz popis Blending**